# ESTUDIO DEL CILINDRO PARABÓLICO

$$\boxed{x^2 = 2py}$$

## 1 - Estudio de la Simetría

### a) Simetría respecto a los planos coordenados

Simetría respecto al plano xy

$$x^2 = 2py$$

Como la ecuación de la superficie no contiene a la variable z, concluimos que la superficie es simétrica respecto al plano xy.

Simetría respecto al plano xz

$$x^2 = 2p(-y)$$

Como la ecuación de la superficie se altera si cambiamos el signo de la variable y, concluimos que la superficie no es simétrica respecto al plano xz.

Simetría respecto al plano yz

$$(-x)^2 = 2py$$

Como la ecuación de la superficie no se altera si cambiamos el signo de la variable x, concluimos que la superficie es simétrica respecto al plano yz.

### b) Simetría respecto a los ejes coordenados

Simetría respecto al eje x

$$x^2 = 2p(-y)$$

Como la ecuación de la superficie se altera si cambiamos el signo de las variables y, aunque la ecuación no contenga a la variable z, podemos concluir que la superficie no es simétrica respecto al eje x.

<u>Simetría respecto al eje y</u>

$$(-x)^2 = 2py$$

Como la ecuación de la superficie no se altera si cambiamos el signo de las variable x y como la ecuación no contiene a la variable z, podemos concluir que la superficie es simétrica respecto al eje y.

<u>Simetría respecto al eje z</u>

$$(-x)^2 = 2p(-y)$$

Como la ecuación de la superficie se altera si cambiamos el signo de las variables x e y, podemos concluir que la superficie no es simétrica respecto al eje z.

**c) <u>Simetría respecto al origen de coordenadas</u>**

$$(-x)^2 = 2p(-y)$$

Como la ecuación de la superficie se altera si cambiamos el signo de las variables x e y, aunque la ecuación no contenga a la variable z, podemos concluir que la superficie no es simétrica respecto al origen de coordenadas.

**2) <u>Verificar si la superficie contiene o no el Origen del Sistema de Coordenadas</u>**

Reemplazando por el punto P(0,0,0) en la ecuación:

$$0^2 = 2p0$$
$$0 = 0$$

Se verifica, por lo tanto que la superficie contiene al origen de coordenadas.

**3) Intersección con los ejes coordenados**

**a) Intersección con el eje x**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2p0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

O sea que: x = y = z = 0 $\Rightarrow$ P (0, 0, 0)

**b) Intersección con el eje y**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0^2 = 2py \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

O sea que: x = y = z = 0 $\Rightarrow$ P (0, 0, 0)

**c) Intersección con el eje z**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2p0 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

En este caso, como z puede adoptar cualquier valor, obtenemos una recta coincidente con el eje z.

**4- Intersección con los planos coordenados**

**a) Intersección con el plano coordenado xy (z=0)**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ z = 0 \end{cases}$$

Obtenemos un cilindro parabólico de eje y, que abre sus ramas hacia las y positivas cortado con el plano xy
Parábola de eje y sobre el plano coordenado xy

**b) Intersección con el plano coordenado xz (y=0)**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2p0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Obtenemos el plano x = 0 cortado con el plano coordenado xz.
Recta coincidente con el eje z, sobre el plano coordenado xz.

c) **Intersección con el plano coordenado yz** (x=0)

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0^2 = 2py \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Obtenemos el plano y = 0 cortado con el plano coordenado yz.
Recta coincidente con el eje z, sobre el plano coordenado yz.

**5- Intersección con planos paralelos a los planos coordenados**

a) **Intersección con planos paralelos al plano yz** (x=k)

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ x = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^2 = 2py \\ x = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{k^2}{2p} \\ x = k \end{cases}$$

Obtenemos el plano $y = \dfrac{k^2}{2p}$ cortado con un plano paralelo al plano coordenado yz.

Para cada valor de k, se obtiene como intersección la recta $y = \dfrac{k^2}{2p}$

**b) <u>Intersección con planos paralelos al plano xz</u> (y=k)**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ y = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2pk \\ y = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2pk} \\ y = k \end{cases}$$

**<u>Si k = 0</u>**

$$\begin{cases} x = \pm\sqrt{2p0} \\ y = k = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = k = 0 \end{cases}$$

Intersección correspondiente al plano xz
Obtenemos el plano x = 0 cortado con el plano coordenado xz.
Recta coincidente con el eje z, sobre el plano coordenado xz.

**<u>Si k < 0</u>**

$$\begin{cases} x = \pm\sqrt{2pk} \\ y = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{nro\_negativo} \\ y = k \end{cases}$$

Debido a que $2pk$ < 0, cuando k < 0

No existe intersección entre las superficies.

**<u>Si k > 0</u>**

$$\begin{cases} x = \pm\sqrt{2pk} \\ y = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{nro\_positivo} \\ y = k \end{cases}$$

Debido a que $2pk$ > 0, cuando k > 0

Obtenemos dos planos: $x = +\sqrt{2pk}$ y $x = -\sqrt{2pk}$ cortados con un plano paralelo al plano coordenado xz.
Es decir, par de rectas: $x = +\sqrt{2pk}$ y $x = -\sqrt{2pk}$ sobre el plano y = k

**c) <u>Intersección con planos paralelos al plano xy</u> (z=k)**

$$\begin{cases} x^2 = 2py \\ z = k \end{cases}$$

Obtenemos un cilindro parabólico de eje y, que abre sus ramas hacia las y positivas, cortado con un plano paralelo al plano coordenado xy.
Para cada valor de k, se obtiene como intersección una parábola de eje paralelo al eje y.