ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Trabajo Práctico Nº 10

Superficies

Año 2019

Superficies

SITUACIÓN INICIAL 1:

¿Cuál es el objetivo de una empresa? Los economistas normalmente consideran que el objetivo de una empresa es maximizar los beneficios. ¿Cómo determinan el beneficio de una empresa? La cantidad que recibe la empresa por la *venta* de su producción se denomina ingreso total. La cantidad que paga por la compra de los factores de producción se llama costo total. El beneficio es el ingreso total de la empresa menos su costo total. En consecuencia, el objetivo de una empresa es conseguir que el beneficio sea el máximo posible.

Si, por ejemplo, el modelo simplificado de la función de beneficio de una empresa depende de dos factores de producción, x y y, medidos en miles de unidades monetarias, es $B(x;\, y) = 12\,750 - x^2 - y^2 + 50x + 100y$:

¿Cuál es la representación geométrica asociada a la función económica beneficio de la empresa?

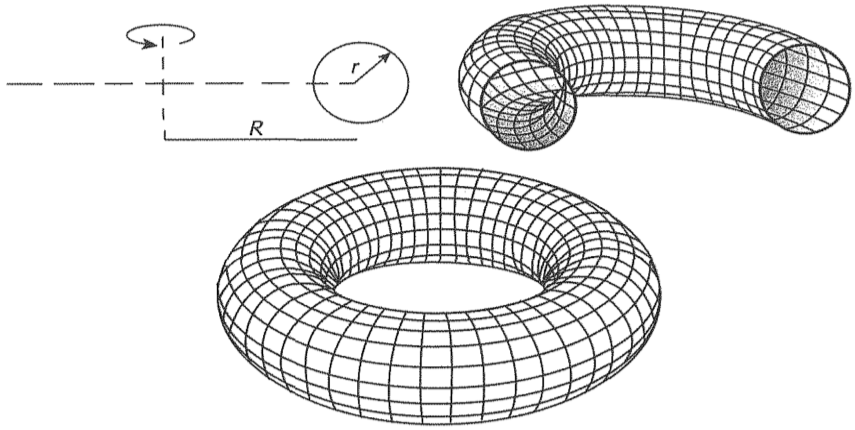
¿Para qué valores de los factores de producción la empresa tendrá el máximo beneficio?

SITUACIÓN INICIAL 2:

El solenoide es un hilo conductor que se enrolla alrededor de una superficie. Si la superficie es un toroide (o toro), éste se denomina solenoide toroidal.

El toro es la superficie que se genera por la rotación de una circunferencia de radio r alrededor de un eje ubicado a una distancia R del centro de la misma, siendo $R \geq r$.

Figura 4-1



En electrotecnia y electrónica el solenoide toroidal es de uso corriente. Por ejemplo, en una computadora, este elemento forma parte del cabezal del disco rígido como parte integrante del circuito del mismo.

Por sus múltiples usos y para determinar las características del mismo, como el coeficiente de autoinducción, se debe conocer la ecuación de su superficie.

¿Cuál es la ecuación del toro que se muestra en la figura 4-1?

Las situaciones de ingeniería fueron extraídas del libro Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal (Ana Maria Kozak, Sonia Pompella Pastorelli,Pedro Emilio Vardanega)

Nota Importante: En los parciales asociados a la Aprobación Directa, el alumno deberá ser capaz de reproducir las demostraciones, las deducciones y los desarrollos vistos en teoría o existentes en la bibliografía recomendada a tal fin por la catedra.

Desarrollo Temático de la Unidad

Sistemas de Representación: cartesiano ortogonal; coordenadas esféricas, cilíndricas y polares en E_3; transformación de coordenadas entre los distintos sistemas. Superficie. Definición. Análisis y discusión de la ecuación general de segundo grado en tres variables. Conceptualización del problema de obtención de las formas canónicas a partir de la ecuación general: eliminación de la rotación y de la traslación. La superficie esférica. Cilindros. Conos. Superficies de revolución. La esfera, el elipsoide, los hiperboloides de una y dos hojas, los paraboloides elíptico e hiperbólico: construcción de una superficie por discusión de su ecuación. Identificación de ecuaciones en distintos espacios.

Ejercitación a desarrollar en el aula:

Se deberá desarrollar en el **aula** los **ejercicios 1a, 1b, 2b, 2c, 3, 6, 9, 10, 11.** Los demás ejercicios deben ser realizados por los alumnos.

1. Identificar y graficar en R^2 y R^3 los conjuntos de puntos expresados analíticamente por:

a) $x^2 + y^2 = 9$

b) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

c) $y^2 = -8x$

d) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

2. Identificar y graficar los conjuntos de puntos de R^3 expresados analíticamente mediante:

a) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(z-4)^2}{9} = 1$

b) $x^2 + z^2 - y = 0$

c) $\begin{cases} y+z=6 \\ x^2+z^2-6z=0 \end{cases}$

d) $x^2+4y^2-z^2=0$

e) $\begin{cases} y=2 \\ x^2+\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{z^2}{4}=1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x=y^2 \\ z=3 \end{cases}$

g) $x^2-4y^2-9z^2=1$

3. Dada la expresión $\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{4}=z$
   a) Expresar de qué superficie se trata, realizar una gráfica aproximada y muestre que es doblemente reglada – o sea que está determinada por dos familias de rectas.-
   b) Halle las ecuaciones de las rectas contenidas en esta superficie que pasan por el punto $P_0(4;9;5)$

4. Dada la expresión: $x^2+\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{z^2}{9}=1$
   a) Expresar de qué superficie se trata, realizar una gráfica aproximada y muestre que es doblemente reglada – o sea que está determinada por dos familias de rectas.-
   b) Halle las ecuaciones de las rectas contenidas en esta superficie que pasan por el punto $P_0(1;1;\dfrac{3}{2})$

5. Dada la expresión $\dfrac{z^2}{9}-\dfrac{x^2}{4}=y$

   a) Expresar de qué superficie se trata, realizar una gráfica aproximada y muestre que es doblemente reglada – o sea que está determinada por dos familias de rectas.-
   b) Halle las ecuaciones de las rectas contenidas en esta superficie que pasan por el punto $P_0(4;5;9)$

6. Hallar la ecuación de la esfera, que está en los planos paralelos 6x-3y-2z-35=0; 6x-3y-2z+63=0. Sabiendo que el punto P(5,-1,-1) es el punto de contacto de uno de ellos.

<u>COORDENADAS CILINDRICAS</u>

6.- Hallar las coordenadas cartesianas ortogonales del punto P cuyas coordenadas cilíndricas son (8, 270º,-4).

7.- Hallar las coordenadas cilíndricas del punto P cuyas coordenadas cartesianas son (3, 4,5).
8.- Hallar las coordenadas cilíndricas del punto P cuyas coordenadas cartesianas son (-3, 4,-5).
9.- Escribir la ecuación $x^2 + y^2 = 16$ en coordenadas cilíndricas.

COORDENADAS ESFERICAS

10.- Hallar las coordenadas cartesianas ortogonales del punto P cuyas coordenadas esféricas son (2, $\pi/6$, $\frac{4}{3}\pi$).
11.- Hallar las coordenadas esféricas del punto P cuyas coordenadas cartesianas son (-2, 3,5).
12.- Hallar las coordenadas esféricas del punto P cuyas coordenadas cartesianas son (-1, -1,-1).