

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Trabajo Práctico Nº 4

Algebra vectorial
Año 2019



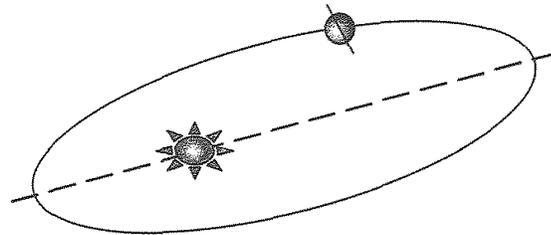
Ingeniería y vectores

Figura 1-1

SITUACIÓN INICIAL 1:

Al girar la Tierra alrededor del Sol describe una órbita elíptica y a la vez rota sobre su eje.

¿Qué vectores encuentra en esos movimientos? ¿A qué magnitudes físicas se refieren?



Recuérdese que la fórmula para calcular la intensidad de la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos es:

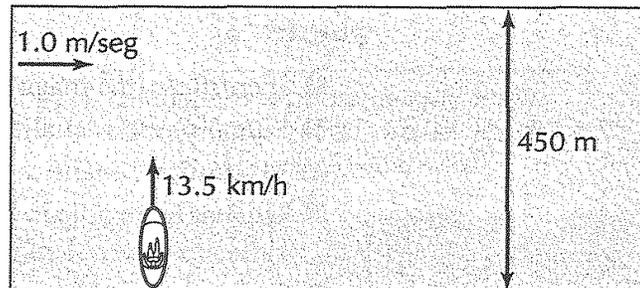
$$F = G \frac{m' \cdot m}{d^2},$$

donde $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{seg}^2$, m' y m representan la masa de la Tierra y del Sol, respectivamente, y d es la distancia entre ellos. ¿Existe dicha fuerza en este caso? ¿Cómo está dirigida? ¿Hay alguna otra fuerza que la contrarreste? ¿Puede usted identificarla?

SITUACIÓN INICIAL 2:

Una lancha tiene que cruzar un río cuyo cauce mide 450 metros de ancho y su corriente lleva una velocidad de 1.0 m/seg. La lancha navega a velocidad de 13.5 km/h en la dirección que muestra la figura 1-2.

Figura 1-2



- Defina un sistema cartesiano de referencia (sistema de coordenadas local).
- Con respecto a tal sistema, identifique en qué punto de la orilla opuesta la lancha toca tierra.
- ¿Qué distancia real recorrió esa lancha?
- Si la lancha tiene que tocar tierra exactamente en el extremo opuesto a donde sale, ¿qué dirección debe tener su vector velocidad? Indíquela como un ángulo referido al eje de ordenadas elegido. ¿Cómo se denomina ese ángulo?

Las situaciones de ingeniería fueron extraídas del libro Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal (Ana Maria Kozak, Sonia Pompella Pastorelli, Pedro Emilio Vardanega)

Ejercitación a desarrollar en el aula:

Se deberá desarrollar en el aula los ejercicios **1a,1c, 1d, 1g, 2c, 2d, 3a, 3d, 5b, 6, 8, 11b 12, 13 14, 16a y 17a**. Los demás ejercicios deben ser realizados por los alumnos.

1.- Dados los vectores $\vec{a}=(3,2)$; $\vec{b}=(2,-1)$ y $\vec{c}=3j$. Resolver analítica y gráficamente las siguientes operaciones.

a) $\frac{1}{2}\vec{a}$

b) $-3\vec{b}$

c) $\vec{a}+\vec{b}$

d) $\vec{a}-\vec{b}$

e) $-\vec{a}+2\vec{c}$

f) $\vec{a}+3\vec{b}+2\vec{c}$

g) Mencionar que ocurre con el módulo, la dirección y el sentido en los puntos a) y b).-

h) Calcular Módulo, ángulos y cosenos directores de los vectores \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} .

2.- Dados los vectores $\vec{a}=(3,-1,2)$; $\vec{b}=(3,2,5)$ y $\vec{c}=(0,1,0)$. Resolver analíticamente.

a) $\frac{1}{2}\vec{a}$

b) $-3\vec{b}$

c) $\vec{a}+\vec{b}$

d) $\vec{a}-\vec{b}$

e) $-\vec{a}+2\vec{c}$

f) $\vec{a}+3\vec{b}+2\vec{c}$

g) Calcular Módulo, ángulos y cosenos directores de los vectores \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} .

3.- Hallar el vector que une los siguientes puntos:

a) (0,0) y (3,5)

b) (0,0,0) y (2,5,3)

c) (2,-1) y (3,-1)

d) (3,-5,4) y (8,2,1)

4.- Dados los siguientes vectores, hallar su módulo, sus ángulos y cosenos directores. Representar gráficamente

a) $\vec{a}=(-1,2)$

b) $\vec{b}=3i-\frac{4}{3}j$

c) $\vec{c}=(3,2)+(4i-j)$

d) $\vec{d}=-\frac{5}{2}i-\frac{5}{2}\sqrt{3}j$

e) $\vec{e}=(-3i+4j)-(-2i+3j)$

5.- Calcular el producto escalar entre los siguientes vectores de E_2 y determinar los ángulos formados entre ellos.

a) $\vec{a}=(2,5)$ y $\vec{b}=-3i+2j$

b) $\vec{a}=2i+j$ y $\vec{b}=(4,-1)$

c) $\vec{a}=(-3,2)$ y $\vec{b}=(-3,-4)$

6.- Graficar los vectores $\vec{a} = 2\hat{i} - 6\hat{j}$ y $\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j}$. Hallar el producto escalar entre ellos y justificar la razón del resultado.

7.- Hallar las proyecciones p_b^a y p_a^b , sabiendo que $\vec{a} = (2,5)$ y $\vec{b} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$.

8.- Hallar p_b^a , la proyección del vector $\vec{a} = 5\hat{i} - 6\hat{j}$ en la dirección del vector $\vec{b} = 7\hat{i} + \hat{j}$, Graficar y sacar conclusiones.

9.- Hallar el producto escalar de los siguientes vectores de E_3 y el ángulo formado por ellos:

- a) $\vec{a} = (2,3,1)$ y $\vec{b} = (4,3,-1)$ b) $\vec{a} = (-3,2,-1)$ y $\vec{b} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$
 c) $\vec{a} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ y $\vec{b} = -\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$

10.- Dados $\vec{a} = 5\hat{i} - k\hat{j}$ y $\vec{b} = k\hat{i} + 6\hat{j}$, donde k es un escalar, obtener:

- a) Un valor de k tal que \vec{a} y \vec{b} sean ortogonales.
 b) Un valor de k tal que los vectores a y b sean paralelos.

11.- Hallar e interpretar geoméricamente el módulo del producto vectorial entre los siguientes vectores:

- a) $\vec{a} = (-2,0,1)$ y $\vec{b} = (4,3,0)$ b) $\vec{a} = (0,1,-5)$ y $\vec{b} = -\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$

12.- Hallar las componentes del versor perpendicular a los vectores: $\vec{a} = (0,1,5)$ y $\vec{b} = (-3,0,2)$

13.- Hallar los vectores de modulo 5 perpendiculares a los vectores: $\vec{a} = (0,1,5)$ y $\vec{b} = (-3,0,2)$

14.- Hallar el área del paralelogramo cuyos lados son los vectores $\vec{a} = (1,-1,2)$ y $\vec{b} = (3,0,4)$

15.- Calcular, utilizando algebra vectorial, el área del triángulo que tiene vértices en $A(4,5,6)$; $B(4,4,5)$ y $C(3,5,5)$.

16.- Dados los vectores: $\vec{a} = (2,0,3)$, $\vec{b} = (-1,5,2)$ y $\vec{c} = (0,-4,1)$ calcular las expresiones:

- a) $\vec{a} * (\vec{b} \times \vec{c})$ d) $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$
 b) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ e) $\vec{a} * \vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{c})$
 c) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ f) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c})$

17.- Hallar el producto mixto de los siguientes vectores:

- a) $\vec{a} = (2,3,4)$, $\vec{b} = (1,1,1)$ y $\vec{c} = (3,0,-2)$
 b) $\vec{a} = (1,-3,14)$, $\vec{b} = (1,0,1)$ y $\vec{c} = (-3,2,4)$

c) $\vec{a} = (0, -1, 2)$; $\vec{b} = (-3, 5, 0)$ y $\vec{c} = (-6, 9, 2)$

18.- Dados los vectores $\vec{a} = (5, 1, 2)$; $\vec{b} = (-3, 2, 1)$ y $\vec{c} = (2, 3, x)$. Hallar x de forma tal que los tres vectores resulten paralelos a un mismo plano.

19.- Determinar el volumen de un paralelepípedo que tiene vértices $P(5, 4, 5)$; $Q(4, 10, 6)$; $R(1, 8, 7)$ y $S(2, 6, 9)$ y aristas \overline{PQ} , \overline{PR} y \overline{PS} .

20.- Detalle al menos una APPs que se utilice para resolver algebra vectorial, mencionando ventajas y limitaciones que observa.

21.- Detalle al menos una aplicación de PC que se utilice para resolver algebra vectorial, mencionando ventajas y limitaciones que observa, compare con el punto anterior.